

八年级数学周末作业（四）3.8 1-5 CACCB 6. 115° 7. $(-2,1)$ 8. 7 9. 2 或 6 10. 1 12. (1,1) 17. (2) 12

(1) 证明: ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $\angle B = \angle D$.
 $\therefore AE \perp BC, AF \perp DC$, ∴ $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$.

又 ∵ $BE = DF$, ∴ $\triangle AEB \cong \triangle AFD$.

$\therefore AB = AD$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

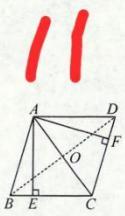
(2) 解: 如图, 连接 BD 交 AC 于点 O .

由(1)知四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC = 6$,
 $\therefore AC \perp BD, AO = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

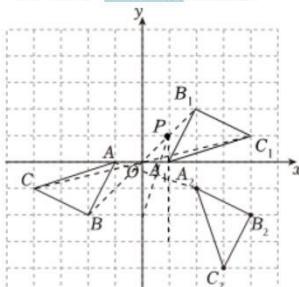
$\therefore AB = 5, AO = 3$, 在 $\triangle AOB$ 中,

$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore BD = 2BO = 8$. ∴ $S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.



(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



12

(2) 连接 AA_2, BB_2 , 分别作线段 AA_2, BB_2 的垂直平分线, 相交于点 P , 则将 $\triangle ABC$ 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 由图可得, 点 P 的坐标为 $(1, 1)$.

(1) 解: 如图 1, 连接 BD , 与 AC 交于点 O .

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $AC = BD, OB = \frac{1}{2}BD, OC = \frac{1}{2}AC$,

∴ $OB = OC$, ∴ $\angle DBC = \angle ACB = 40^\circ$.

∵ $BE = AC$, ∴ $BD = BE$, ∴ $\angle BDE = \angle E$,

∴ $\angle E = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.

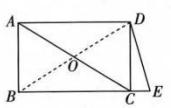


图 1

图 2

(2) 证明: 如图 2, 延长 CF 交 AD 的延长线于点 G .

∵ $AG \parallel BE$, ∴ $\angle GDF = \angle E, \angle G = \angle ECF$.

∴ F 是 DE 的中点, ∴ $DF = EF$,

∴ $\triangle DFG \cong \triangle EFC$, ∴ $DG = EC, GF = CF$,

∴ $BC + CE = AD + DG$, 即 $AG = BE$.

∵ $BE = AC$, ∴ $AG = AC$.

又 ∵ $GF = CF$, ∴ $AF \perp FC$.

13

在 $\triangle AEH$ 和 $\triangle FDH$ 中,

$$\begin{cases} \angle AHE = \angle FHD \\ \angle 1 = \angle HDF \\ AE = FD \end{cases}$$

17-2

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle FDH$ (SAS),

∴ $HE = HD = x$,

∴ $\angle 1 = 90^\circ$,

∴ $EA^2 + EH^2 = AH^2$,

又 ∵ $AH = 4 - x, EA = AB = 3, EH = x$,

∴ $3^2 + x^2 = (4 - x)^2$,

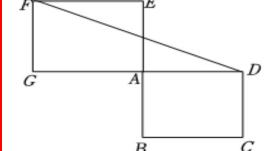
∴ $x = \frac{7}{8}$,

∴ $AH = 4 - x = \frac{25}{8}$.

(2) 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转得到矩形 $AEFG$,

旋转过程中, GF 是定值,

当 D, A, G 三点共线时, 三角形 DFG 的面积最大, 如图,



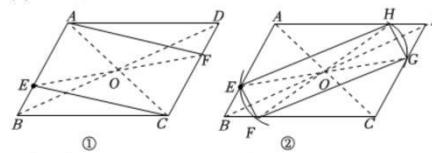
此时 $DG = 8$,

$\therefore S_{\triangle DFG} = \frac{1}{2}FG \cdot DG = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12$,

故答案为: 12.

(1) 如图 1, 点 F , 四边形 $AECF$ 即为所求作.

(2) 如图 2, 四边形 $EFGH$ 即为所求作.



理由: 由 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 可得 $OE = OF$,

由 $\triangle AOH \cong \triangle COF$, 可得 $OH = OF$,

∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

∴ $OG = OF$,

∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

14

(1) ∵ $\angle ABC = 90^\circ$, BD 为 AC 的中线,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AC \quad \text{注},$$

∴ $AG \parallel BD, BD = FG$,

∴ 四边形 $BDFG$ 是平行四边形,

∴ $CE \perp BD$,

∴ $CF \perp AG$,

又 ∵ 点 D 是 AC 中点,

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AC,$$

∴ $BD = DF$,

(2) ∵ $BD = DF$,

∴ 平行四边形 $BDFG$ 是菱形,

(3) 设 $GF = x$, 则 $AF = 13 - x$,

由(2)得四边形 $BDFG$ 是菱形,

∴ $DF = GF = x$,

∴ $AC = 2DF = 2x$,

∴ 在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $\angle CFA = 90^\circ$,

$$\therefore AF^2 + CF^2 = AC^2,$$

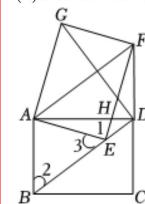
即 $(13 - x)^2 + 6^2 = (2x)^2$,

解得: $x = 5$,

∴ 四边形 $BDFG$ 的周长为 $4GF = 20$.

16

(1) ① 证明: 如图,



17-1

四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $AD = BC, \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$,

∴ 旋转,

∴ $AE = AB, EF = BC = AD$,

$\angle 1 = \angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EAF$ 中,

$$\begin{cases} AB = AE \\ \angle BAD = \angle 1, \\ AD = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EAF$ (SAS),

$\therefore \angle 2 = \angle EAF, BD = AF$,

$\therefore AB = AE$,

$\therefore \angle 3 = \angle 2 = \angle EAF$,

$\therefore AF \parallel BD$,

又 $\therefore AF = BD$,

∴ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形;

② 设 $HD = x$, 则 $AH = 4 - x$,

∴ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DF, AB = DF$,

$\therefore \angle ADF = \angle BAD = 90^\circ$,

又 $\therefore \angle 1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADF = \angle 1$,

$\therefore AE = AB, AB = DF$,

$\therefore AE = DF$,

17

(1) 证明: ∵ 四边形 $OABC$ 是矩形,

$\therefore OC \parallel AB$,

$\therefore \angle COB = \angle OBA, \angle OPE = \angle PEB$,

$\therefore D$ 为 OB 中点,

$\therefore OD = BD$,

$\therefore \triangle OPD \cong \triangle BED$ (AAS),

$\therefore OP = BE$,

又 $\therefore OC \parallel AB$, 即 $OP \parallel BE$,

∴ 四边形 $OPBE$ 为平行四边形;

(2): $O(0, 0), B(6, 8)$,

$\therefore OB$ 中点 D 坐标为 $(3, 4)$,

设 $P(0, t)$, 则 $OP = t$,

$$\therefore S_{\triangle OPD} = \frac{1}{2}t \cdot 3 = \frac{3t}{2}$$

设 PD 的直线表达式为 $y = kx + t$,

$\therefore D$ 在 PD 上,

$$\therefore 4 = 3k + t,$$

$$\therefore k = \frac{4-t}{3},$$

$$\therefore PD: y = \frac{4-t}{3}x + t.$$

令 $x = 6$, 则 $y = -t + 8$,

$\therefore E(6, 8 - t)$.

$$\therefore S_{\text{四边形 } OAED} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ODA} = \frac{3}{2}(8 - t) + 12 = -\frac{3t}{2} + 24$$

.

$\therefore S_{\triangle OPD}: S_{\text{四边形 } OAED} = 1:3$,

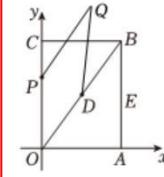
$$\therefore -\frac{3t}{2} + 24 = 3 \times \frac{3t}{2},$$

解得: $t = 4$,

$\therefore P(0, 4)$.

(3) Q 的坐标为 $(3, 9)$ 或 $(-3, 4)$ 或 $(3, -\frac{7}{8})$.

如图, 以 OD 为边, 四边形 $ODQP$ 为菱形,



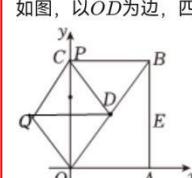
15

$\therefore D(3, 4)$,

$$\therefore OD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore Q(3, 9)$;

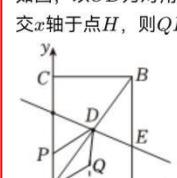
如图, 以 OD 为边, 四边形 $ODPQ$ 为菱形,



\therefore 点 D 与点 Q 关于 y 轴对称,

$\therefore Q(-3, 4)$;

如图, 以 OD 为对角线, 四边形 $OQDP$ 为菱形, 延长 DQ 交 x 轴于点 H , 则 $QH \perp x$ 轴,



设 $OQ = DQ = m$, 则 $QH = 4 - m$,

$$\therefore 3^2 + (4 - m)^2 = m^2,$$

$$\therefore m = \frac{25}{8},$$

$$\therefore DQ = \frac{25}{8},$$

$$\therefore QH = 4 - \frac{25}{8} = \frac{7}{8},$$

$$\therefore Q(3, \frac{7}{8}).$$

综上所述, Q 的坐标为 $(3, 9)$ 或 $(-3, 4)$ 或 $(3, -\frac{7}{8})$.