

八年级数学周末作业(九) 20250411

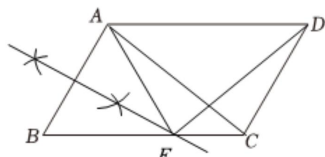
1-8 ACAABBBB 9.100 10.13 11.5 12.11 13.5 分之 24 14.2-3 分之 2 根号 3

16(1)30;20 (2)90° (3)450

解:(1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $AO=CO, BO=DO$,
∵ $BE=DF$, ∴ $EO=FO$,
∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

(2)∵ $BE=EF$, ∴ $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle AEF}=6$,
∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,
∴ $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle CEF}=6$,
∵ $EO=FO$, ∴ $S_{\triangle CFO}=\frac{1}{2}S_{\triangle CEF}=3$.

(1) 如图, 点 E 即为所求;



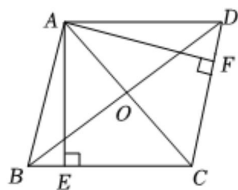
(2)∵ $EA=EB, \angle B=60^\circ$,
∴ $\triangle ABE$ 是等边三角形,
∴ $AB=AE, \angle AEB=60^\circ$,
∵ $AD \parallel BC, AD=BC$,
∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
∴ $AB=CD, \angle ADC=\angle B=60^\circ$,
 $\angle DAE=\angle AEB=60^\circ$,
∴ $\angle DEC=180^\circ-60^\circ-80^\circ=40^\circ$,
∴ $\angle ADE=\angle DEC=40^\circ$,
∴ $AB=AE=CD, AD=DA$,
∴ $\triangle ADE \cong \triangle DAC (SAS)$,
∴ $\angle DAC=\angle ADE=40^\circ$,
∴ $\angle EAC=\angle DAE-\angle DAC=60^\circ-40^\circ=20^\circ$.

(1)证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $\angle B=\angle D$,
∵ $AE \perp BC, AF \perp CD$,
∴ $\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$,
在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFD$ 中,
$$\begin{cases} \angle B=\angle D \\ BE=DF \\ \angle AEB=\angle AFD \end{cases}$$
,
∴ $\triangle AEB \cong \triangle AFD (ASA)$,
∴ $AB=AD$,

∴ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 设 BD 交 AC 于点 O , 如图所示:



由(1)得: 平行四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AO=\frac{1}{2}AC=3, BD=2BO, BD \perp AC$,

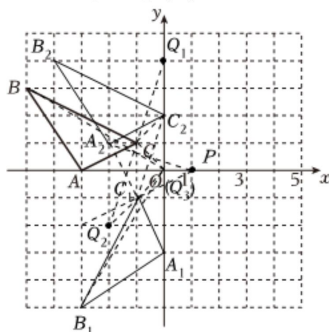
在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理得:

$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$,

∴ $BD=2BO=2 \times 4=8$,

故答案为: 8.

(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



由图可得, 点 C_1 的坐标为 $(-1, -1)$.

故答案为: $(-1, -1)$.

(2) 连接 A_1A_2, C_1C_2 , 分别作线段 A_1A_2, C_1C_2 的垂直平分线, 相交于点 P ,

则 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$,

∴ 旋转中心点 P 的坐标为 $(1, 0)$.

故答案为: $(1, 0)$.

(3) 当以 CC_2 为对角线时, 可得平行四边形 $CC_1C_2Q_1$,

此时 Q_1 的坐标为 $(0, 4)$;

当以 CC_1 为对角线时, 可得平行四边形 $CC_2C_1Q_2$,

此时 Q_2 的坐标为 $(-2, -2)$;

当以 CC_3 为对角线时, 可得平行四边形 $CC_1C_3C_2$,

此时 Q_3 的坐标为 $(0, 0)$.

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(-2, -2)$ 或 $(0, 0)$.

故答案为: $(0, 4)$ 或 $(-2, -2)$ 或 $(0, 0)$.

【问题原型】证明: 如图 1: ∵ 点 P, M, N 分别是 BD, DC, AB 的中点,

∴ PN, PM 分别是 $\triangle ABD, \triangle BCD$ 的中位线,

∴ $PN=\frac{1}{2}AD, PM=\frac{1}{2}BC$,

∵ $AD=BC$,

∴ $PN=PM$,

∴ $\angle PMN=\angle PNM$;

【应用】解: (1) 如图 2: ∵ 点 P, Q, M, N 分别是 BD, AC, DC, AB 的中点,

∴ $PN=MQ=\frac{1}{2}AD$,

$PM=QN=\frac{1}{2}BC$,

∵ $AD=BC=8$,

∴ $PN=MQ=PM=QN=4$,

∴ 四边形 $PMQN$ 的周长为 16,

故答案为: 16;

(2) 如图 3: ∵ P, Q, M, N 分别是 BD, AC, DC, AB 的中点,

∴ $PN=MQ=\frac{1}{2}AD$,

$PM=QN=\frac{1}{2}BC$,

$PN \parallel AD, QN \parallel BC$,

∴ $\angle BNP=\angle DAB, \angle ANQ=\angle ABC$,

∵ $AD=BC=4$,

∴ $PN=MQ=PM=QN=2$,

∴ 四边形 $PNQM$ 是菱形,

∵ $\angle DAB+\angle ABC=90^\circ$,

∴ $\angle BNP+\angle ANQ=90^\circ$,

∴ $\angle PNQ=90^\circ$,

∴ 菱形 $PNQM$ 是正方形,

∴ $S_{\text{四边形 } PMQN}=2 \times 2=4$.

(1) 如图, 由题可得: $AP=OQ=1 \times t=t$ (秒)

∴ $AO=PQ$,

∴ 四边形 $OABC$ 是正方形,

∴ $AO=AB=BC=OC$,

$\angle BAO=\angle AOC=\angle OCB=\angle ABC=90^\circ$,

∴ $DP \perp BP$,

∴ $\angle BPD=90^\circ$,

∴ $\angle BPA=90^\circ-\angle DPQ=\angle PDQ$,

∴ $AO=PQ, AO=AB$,

∴ $AB=PQ$,

在 $\triangle BAP$ 和 $\triangle PQD$ 中,

$\begin{cases} \angle BAP=\angle PQD \\ \angle BPA=\angle PDQ \\ AB=PQ \end{cases}$

∴ $\triangle BAP \cong \triangle PQD$;

∴ $\triangle BAP \cong \triangle PQD$,

∴ $AP=QD, BP=PD$.

∴ $\angle BPD=90^\circ, BP=PD$,

∴ $\angle PBD=\angle PDB=45^\circ$.

∴ $AP=t$,

∴ $DQ=t$.

∴ 点 D 坐标为 (t, t) ;

∴ $\angle EBP=45^\circ$

∴ 由图 1 可以得到 $EP=CE+AP$,

∴ $OP+PE+OE=OP+AP+CE+OE$

$=AO+CO$

$=3+3$

$=6$.

∴ $\triangle POE$ 周长是定值, 该定值为 6.

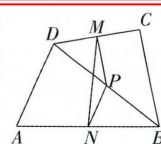


图 1

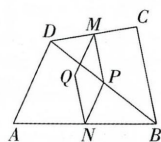


图 2

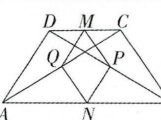


图 3



初步思考

(1)当点P与点A重合时，如图1，

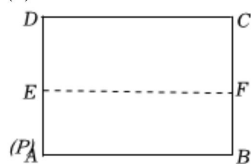


图1

$\therefore EF$ 是AD的中垂线，

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$ ，

当点E与点A重合时，如图2，

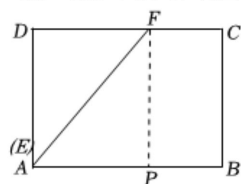


图2

此时 $\angle DEF = \frac{1}{2}\angle DAB = 45^\circ$ ，

故答案为：90，45；

深入探究

(2)当点E在AB上，点F在DC上时，如图3，

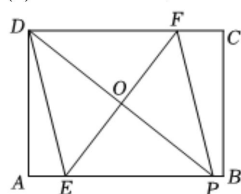


图3

$\therefore EF$ 是PD的中垂线，

$\therefore DO = PO$ ， $EF \perp PD$ ，

$\therefore$ 四边形ABCD是矩形，

$\therefore DC \parallel AB$ ，

$\therefore \angle FDO = \angle EPO$ ，

$\therefore \angle DOF = \angle EOP$ ，

$\therefore \triangle DOF \cong \triangle POE (ASA)$ ，

$\therefore DF = PE$ ，

$\therefore DF \parallel PE$ ，

$\therefore$ 四边形DEPF是平行四边形，

$\therefore EF \perp PD$ ，

$\therefore \square DEPF$ 为菱形，

当 $AP = \frac{7}{2}$ 时，设菱形的边长为 x ，则 $AE = \frac{7}{2} - x$ ，

$DE = x$ ，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理得：

$AD^2 + AE^2 = DE^2$ ，

$\therefore 3^2 + (\frac{7}{2} - x)^2 = x^2$ ，

$\therefore x = \frac{85}{28}$ ，

$\therefore AP = \frac{7}{2}$ 时的菱形EPFD的边长为： $\frac{85}{28}$ ；

拓展延伸

(3)存在，

情况一：如图4，连接EM，

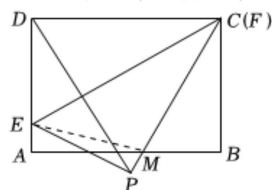


图4

$\therefore DE = EP = AM$ ，

$\therefore \triangle EAM \cong \triangle MPE (HL)$ ，

$\therefore DE = EP = AM$ ，

$\therefore \triangle EAM \cong \triangle MPE (HL)$ ，

设 $AE = x$ ，则 $AM = DE = 3 - x$ ，则 $BM = x + 1$ ，

$\therefore MP = EA = x$ ， $CP = CD = 4$ ，

$\therefore MC = 4 - x$ ，

$\therefore (x + 1)^2 + 3^2 = (4 - x)^2$ ，

解得： $x = \frac{3}{5}$ ；

情况二，如图5，

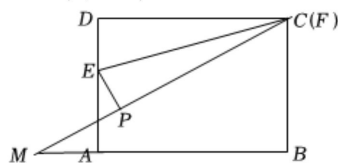


图5

$\therefore DE = EP = AM$ ，

$\therefore \triangle GAM \cong \triangle GPE (AAS)$ ，

设 $AE = x$ ，则 $DE = 3 - x$ ，则

$AM = PE = DE = 3 - x$ ， $MP = AE = x$ ，

则 $MC = MP + PC = x + 4$ ， $BC = 3$ ， $BM = 7 - x$ ，

，

$\therefore (7 - x)^2 + 3^2 = (x + 4)^2$ ，

解得： $x = \frac{21}{11}$ ，

综上，线段AE的长为： $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{21}{11}$ 。